

# Aula 13

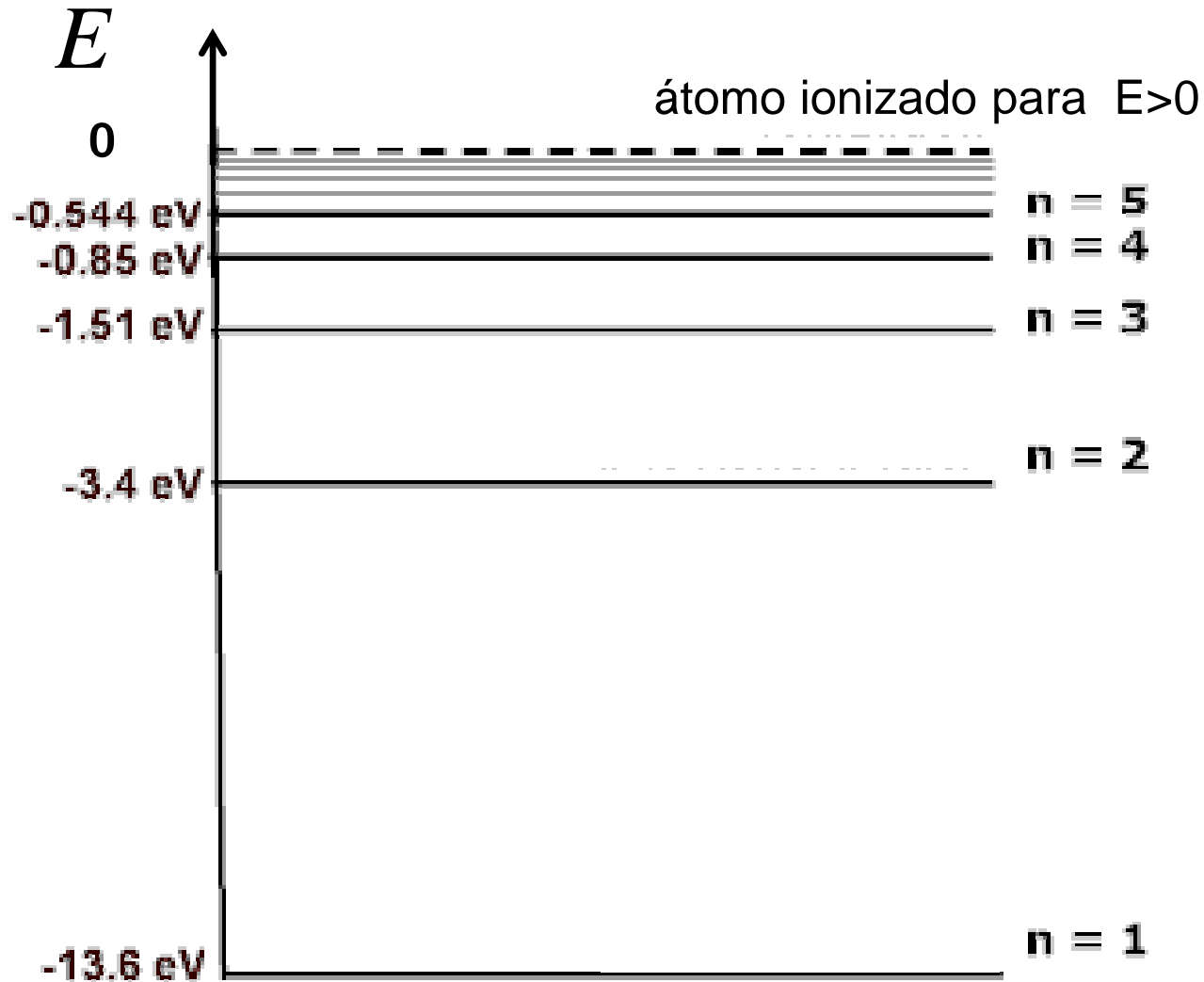
*(quase)* Tudo sobre os átomos

Física Geral F-428

# Resumo da aula passada: ainda o átomo de hidrogênio...

- Estados quânticos caracterizados por  $n, l, m_l, m_s$ ;
- Energias dos níveis (estados) dependem de  $n$ ;
- Momentos angulares orbitais, de spin e total dos vários estados;
- Momentos de dipolo magnético;
- Quebras de degenerescência dos estados;

# Átomo de hidrogênio...



# Hoje iremos abordar átomos com mais de um elétron!

*Para um átomo com  $Z$  elétrons....*

*quantas variáveis serão necessárias?*

# A equação de Schrödinger (independente do tempo).....

$$\sum_{i=1}^Z \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \Psi = E\Psi$$

com  $E = E_1 + E_2 + \dots + E_Z$

$\Psi$  é uma função de  $Z \times 3$  variáveis e satisfaz a equação acima....  
Precisamos ser inteligentes para resolver ...  
Ou ter um bom computador...  
Ou melhor ainda, os dois, simultaneamente....

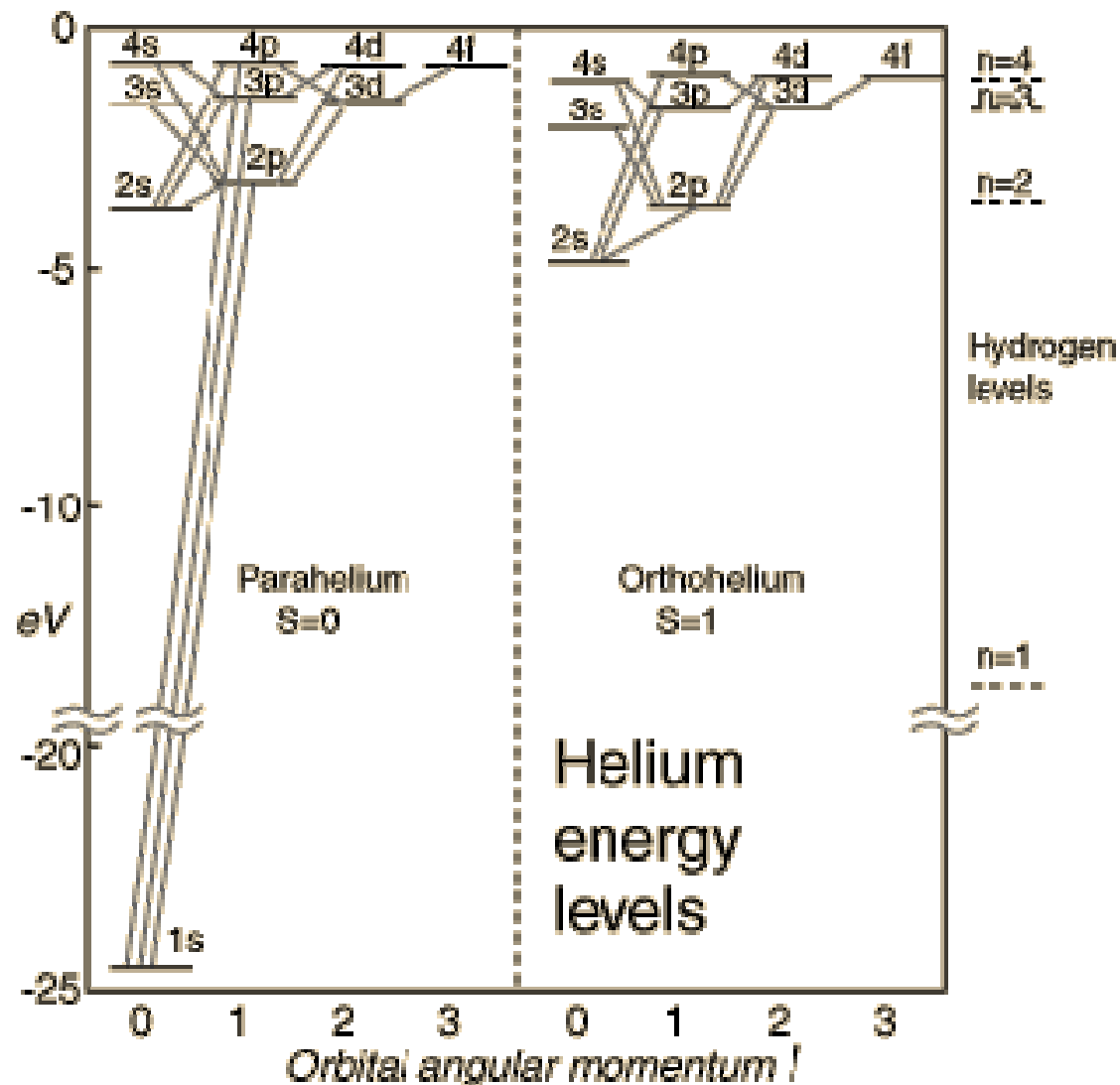
Nós procuramos por uma forma da energia potencial para o átomo com mais de um elétron que aproxime a forma exata, mas que nos permita separar a  $\Psi$  em um produto de funções, cada uma descrevendo um elétron:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_Z) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)\psi(\vec{r}_3)\dots\psi(\vec{r}_Z)$$

Para conseguir isso, aproximamos a energia potencial por uma energia potencial que seja dependente apenas de  $r_i$ !

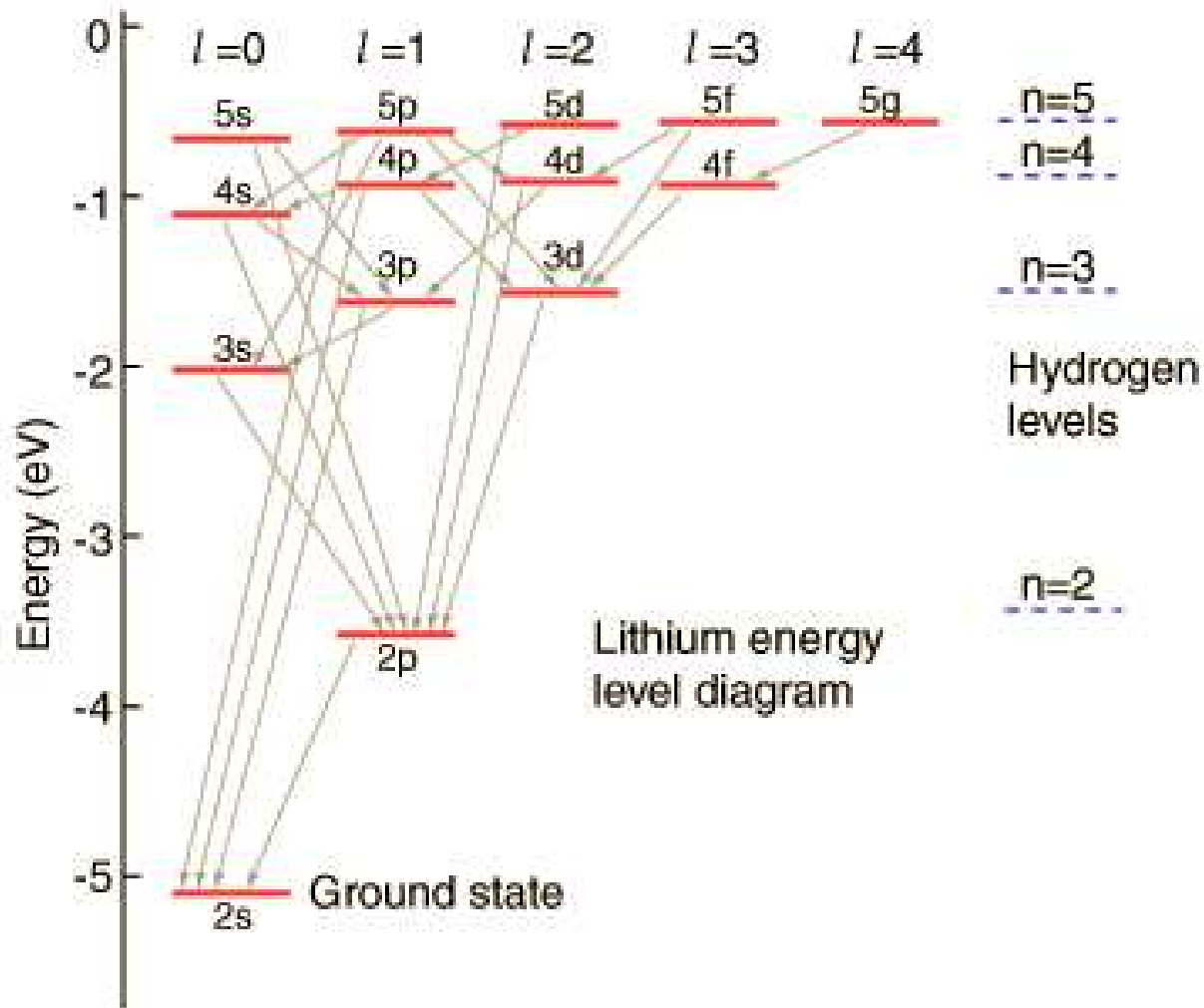
***Aí dá para resolver...  
(mas os estados que a gente encontra  
não serão degenerados como para o H)***

# Por exemplo, um átomo de hélio....



Note que neste exemplo estamos mostrando apenas um elétron no nível (o outro está no estado  $1s$ ) .....

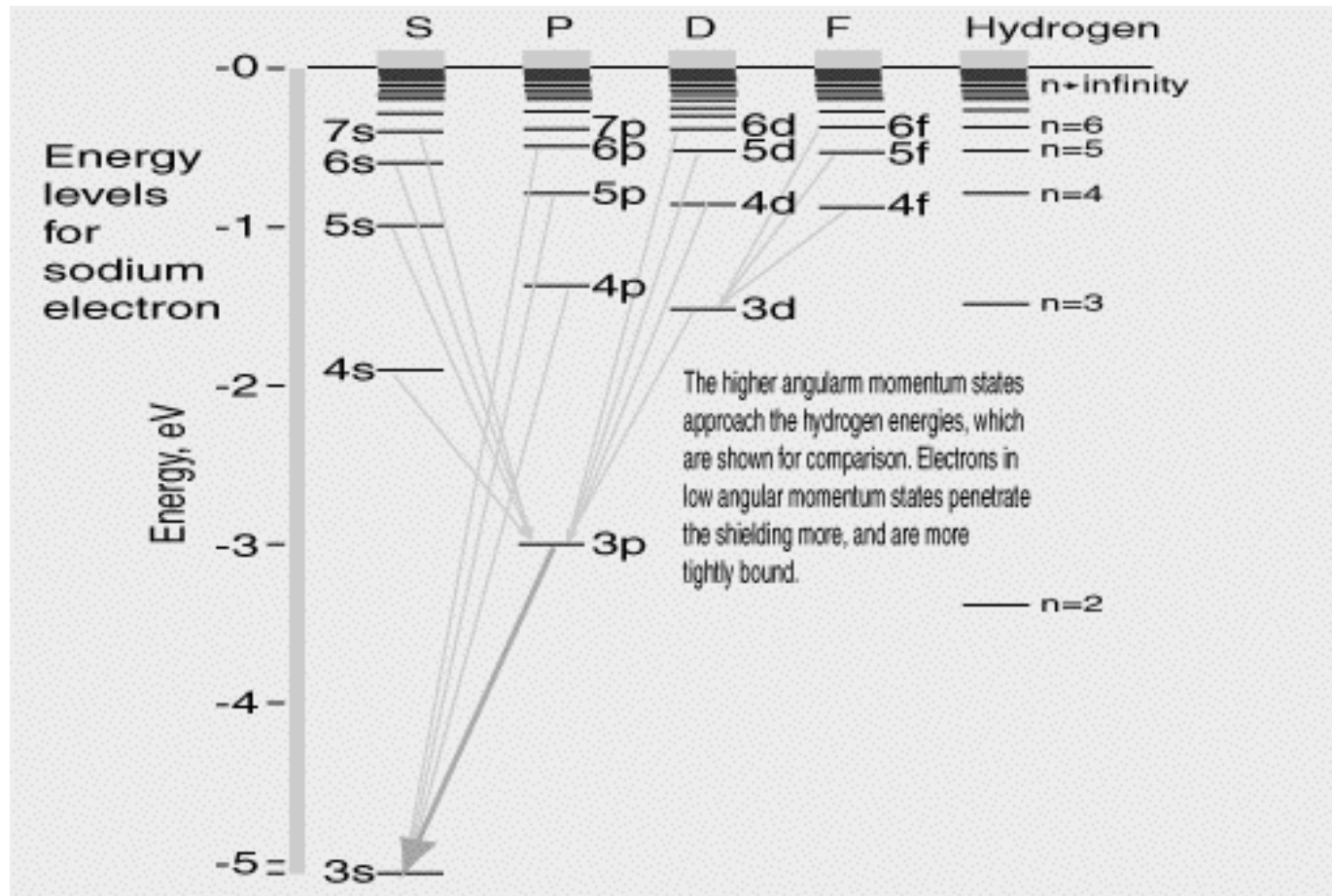
# Ou ainda um átomo de lítio ( $Z=3$ )....



Note que neste exemplo estamos mostrando apenas um elétron no nível (os outros dois estão no estado  $1s$ ) .....



Ou ainda, um átomo de sódio ( $Z=11$ )...



Note que neste exemplo estamos mostrando apenas o último elétron (os outros estão em  $1s^2 2s^2 2p^6$ )

Mas como é chegamos a esses estados de energia?  
Vamos ver como exemplo o átomo de hélio ( $Z = 2$ )....

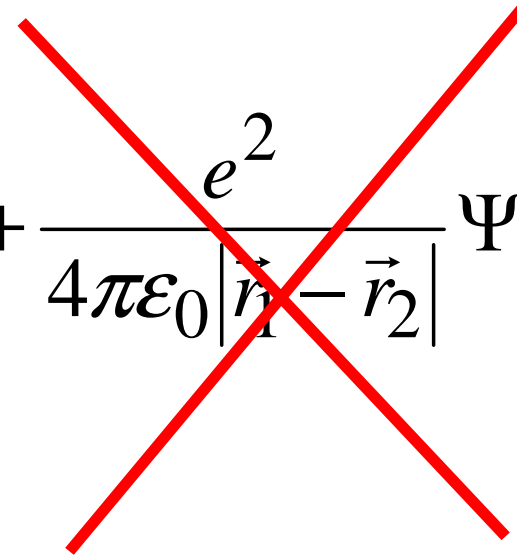
Para o H, a energia potencial é:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

Para o He, a energia potencial (*desprezando a repulsão entre os elétrons*) é:

$$U(r_1, r_2) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2}$$

## A equação de Schrödinger para os dois elétrons do He:

$$\sum_{i=1}^2 \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \Psi = E\Psi$$


$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)$$

$$E_{total} = E = E_1 + E_2$$

# As energias dos estados do átomo de hélio...

Energias dos estados do átomo de H:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} eV$$

Para os dois elétrons no He:

$$U(r_1, r_2) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2}$$

Resultando na energia para cada um dos dois elétrons do He:

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6Z^2}{n^2} eV = -\frac{54,4}{n^2} eV$$

A função de onda total  $\Psi$  será:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)$$

Cada  $\psi$  descreverá um estado que é solução de uma equação de Schrödinger (3D).

Ainda teremos os estados de cada elétron caracterizados pelos mesmos números quânticos:

$$n, l, m_l, m_s$$

e cada elétron será ainda descrito por uma  $\psi_{n, l, m_l, m_s}$

## Para cada elétron do He daremos:

- o seu número quântico principal  $n$
- o seu número quântico orbital  $l$
- o seu número quântico magnético  $m_l$
- o seu número quântico de spin  $m_s$

# IMPORTANTE QUANDO TEMOS MAIS DE UM ELÉTRON:

## *Princípio de Exclusão de Pauli*

**Dois elétrons não podem estar no mesmo estado quântico, ou ..dois elétrons não podem ter todos os quatro números quânticos iguais!!**

*Pauli ganhou o Prêmio Nobel de Física de 1945*

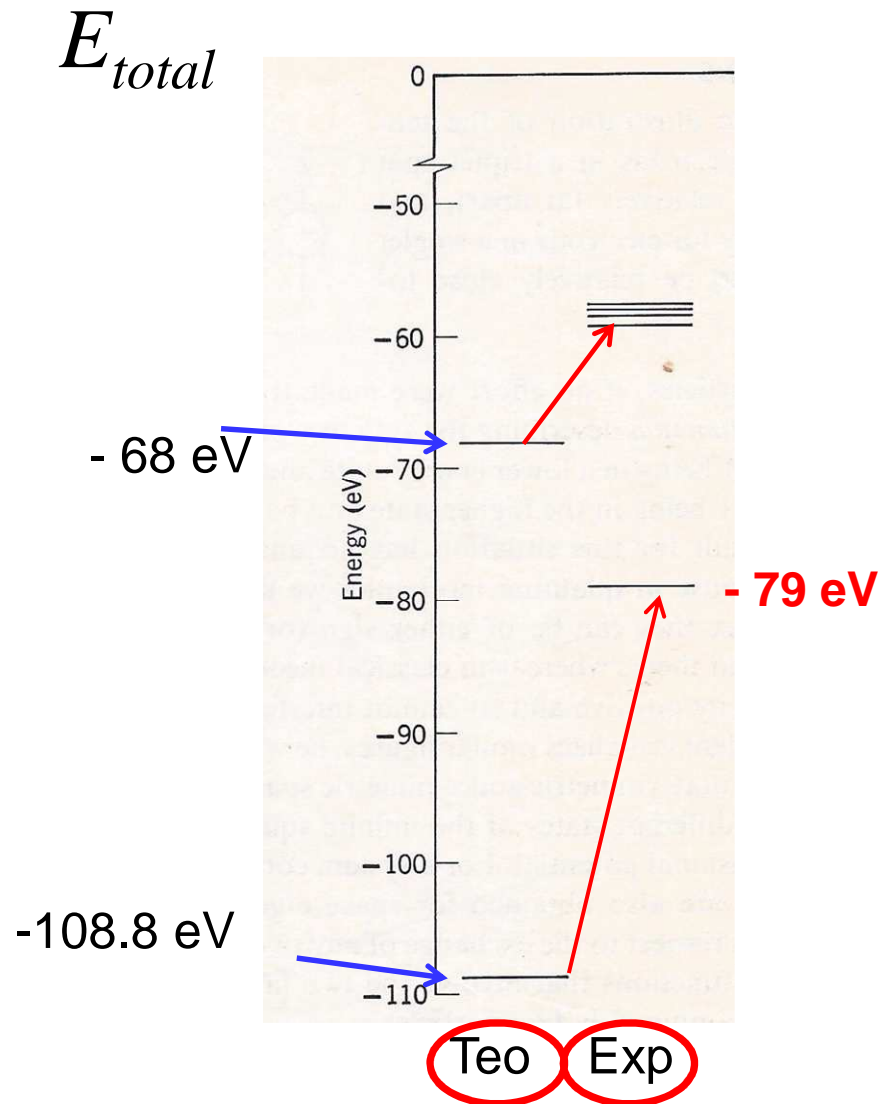
Portanto, podemos colocar  
dois elétrons em um estado caracterizado por:

$$n, l, m_l$$

- um com  $m_s = +\frac{1}{2}$  ( $\uparrow$ ),
- um com  $m_s = -\frac{1}{2}$  ( $\downarrow$ ).



Mas como chegamos aos resultados para os níveis de energia?  
 Um primeiro exemplo: átomo de hélio (dois elétrons,  $Z=2$ )

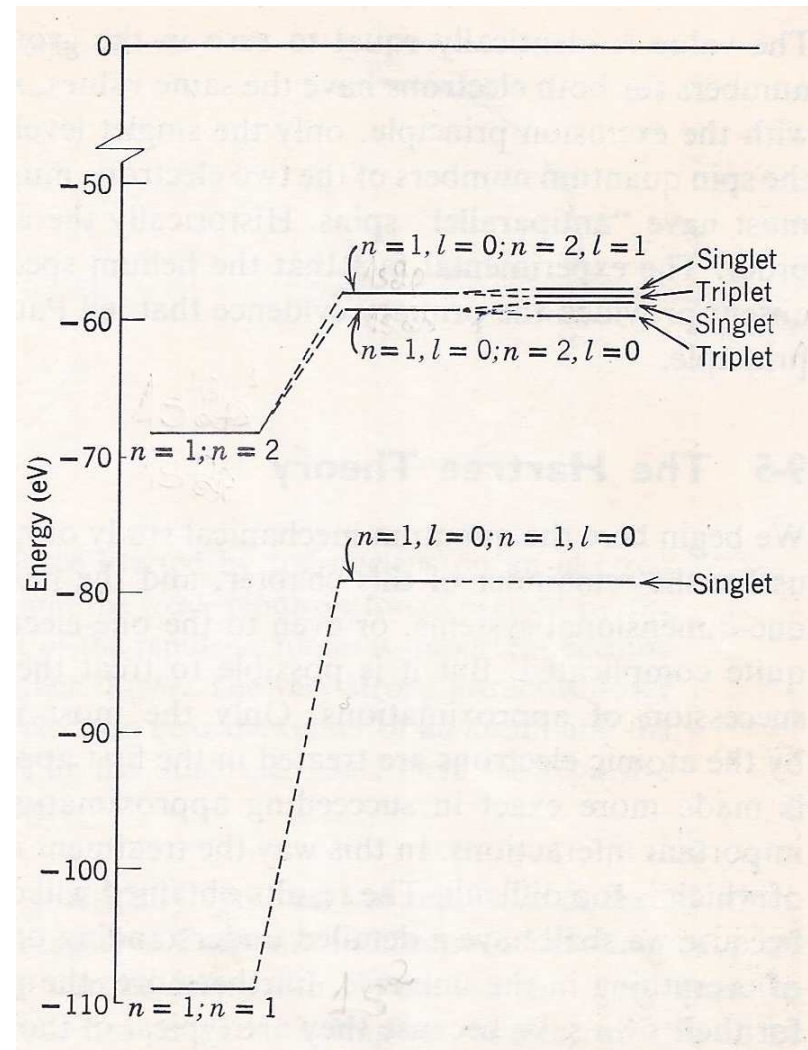
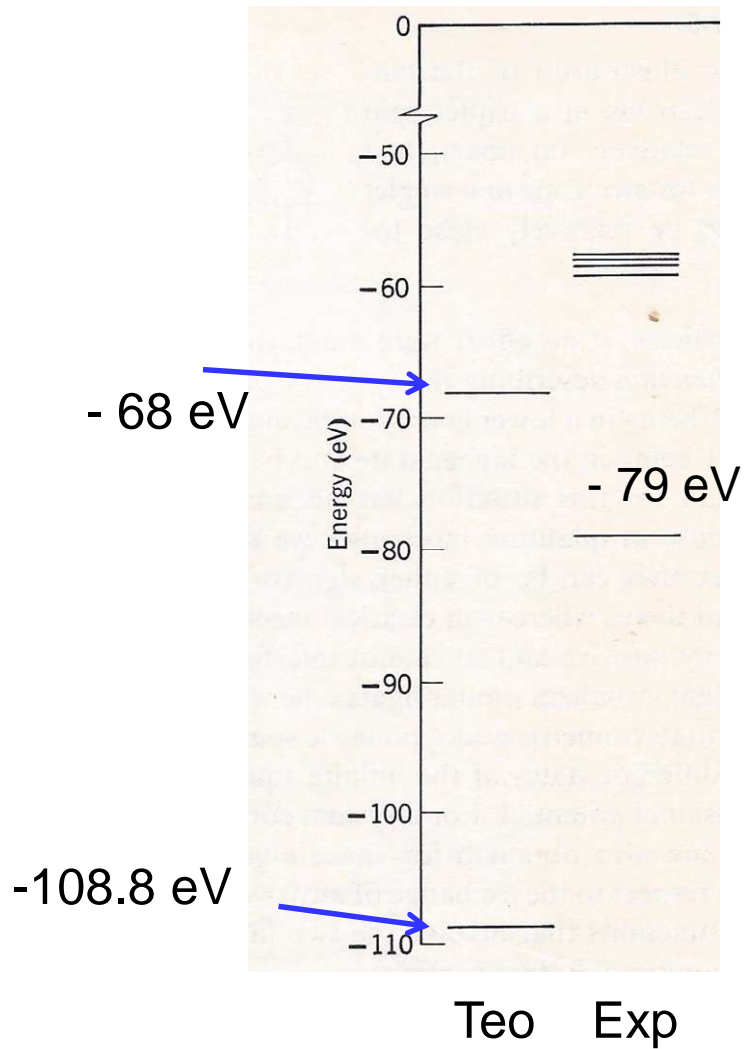


$$E_1 + E_2 = -54,4 \text{ eV} - 13,6 \text{ eV} = -68 \text{ eV}$$

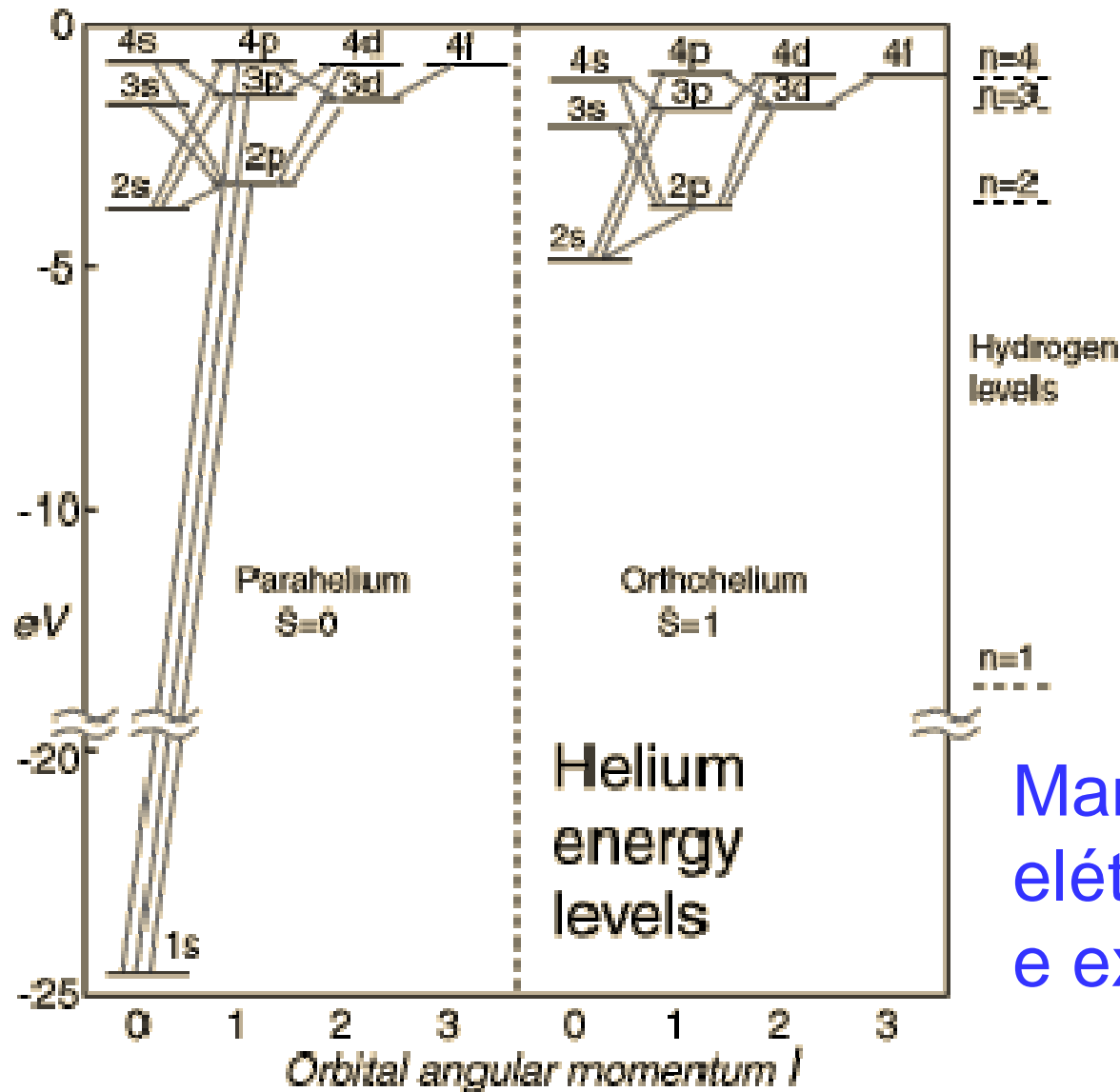
**Experimental: -79 eV**

$$E_1 + E_1 = -54,4 \text{ eV} - 54,4 \text{ eV} = -108,8 \text{ eV}$$

Mas como é que se chega a esses resultados para os níveis?  
Um exemplo : átomo de hélio



Usa-se representar apenas os estados do “último” elétron. Por exemplo, para um átomo de hélio....



Mantemos sempre um elétron no estado  $1s$  e excitamos o outro....

Voltando uma vez mais:  
a equação de Schrödinger  
(independente do tempo).....

$$\sum_{i=1}^Z \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \Psi = E\Psi$$

com  $E = E_1 + E_2 + \dots + E_Z$

$\Psi$  é uma função de  $Z \times 3$  variáveis, que satisfaz a equação acima....  
Precisamos ser inteligentes para resolver ... Ou ter um bom computador...  
Ou melhor ainda, os dois, simultaneamente....

Nós procuramos por uma forma da energia potencial para o átomo com mais de um elétron que **aproxime** a forma exata, mas que nos permita ainda separar a  $\Psi$  em um produto de funções, cada uma descrevendo um elétron:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_Z) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)\psi(\vec{r}_3)\dots\psi(\vec{r}_Z)$$

Para conseguir isso, aproximamos a energia potencial por uma energia potencial que seja dependente apenas de  $r_i$ !

*Aí dá para resolver...  
(mas os estados que a gente encontra  
não são degenerados como eram para o H)*

Para um elétron encontraremos as soluções  $\psi_i$ , admitindo que o elétron se encontre em um potencial efetivo  $U_{efetivo}$  que é devido ao núcleo do átomo e aos outros  $Z-1$  elétrons:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \psi_i(\vec{r}_i) - U_{efetivo}(r_i) \psi_i(\vec{r}_i) \right) = E_i \psi_i(\vec{r}_i)$$

A parte radial resultará **diferente** e parte angular, **igual** às do H !!!

# Aplicação do princípio de exclusão de Pauli

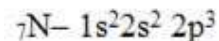
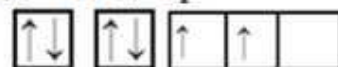
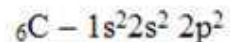
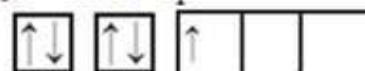
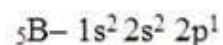
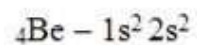
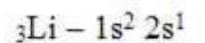
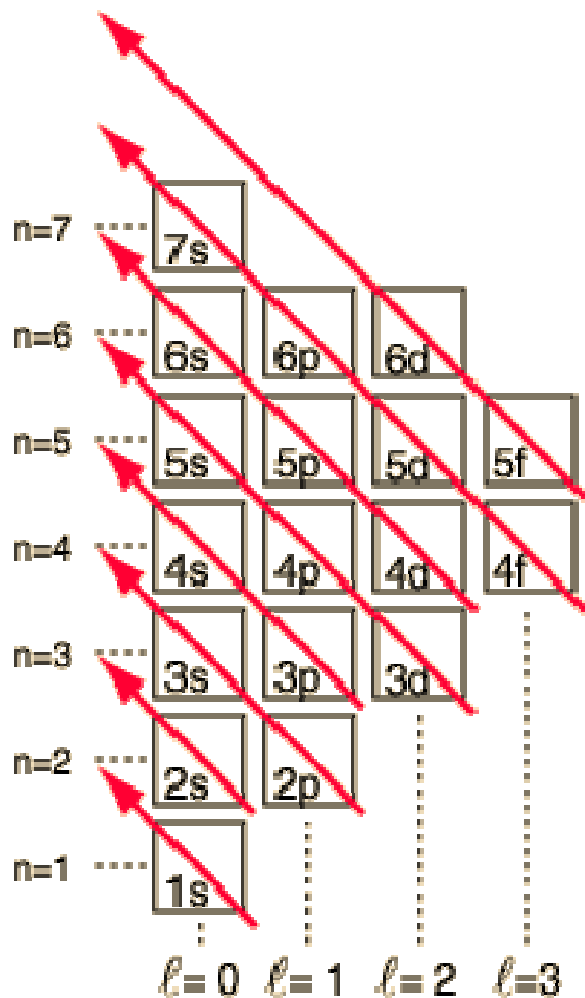
## tabela periódica dos elementos

estado	número quântico principal	número quântico orbital	número quântico magnético	número quântico de spin	número máximo de elétrons
1s	1	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
2s	2	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
2p	2	1	-1, 0, +1	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	6
3s	3	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
3p	3	1	-1, 0, +1	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	6
3d	3	2	-2, -1, 0, 1, 2	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	10

} 8  
 } 18

# Construção da tabela periódica: (ordem de preenchimento com elétrons)

Exemplos:

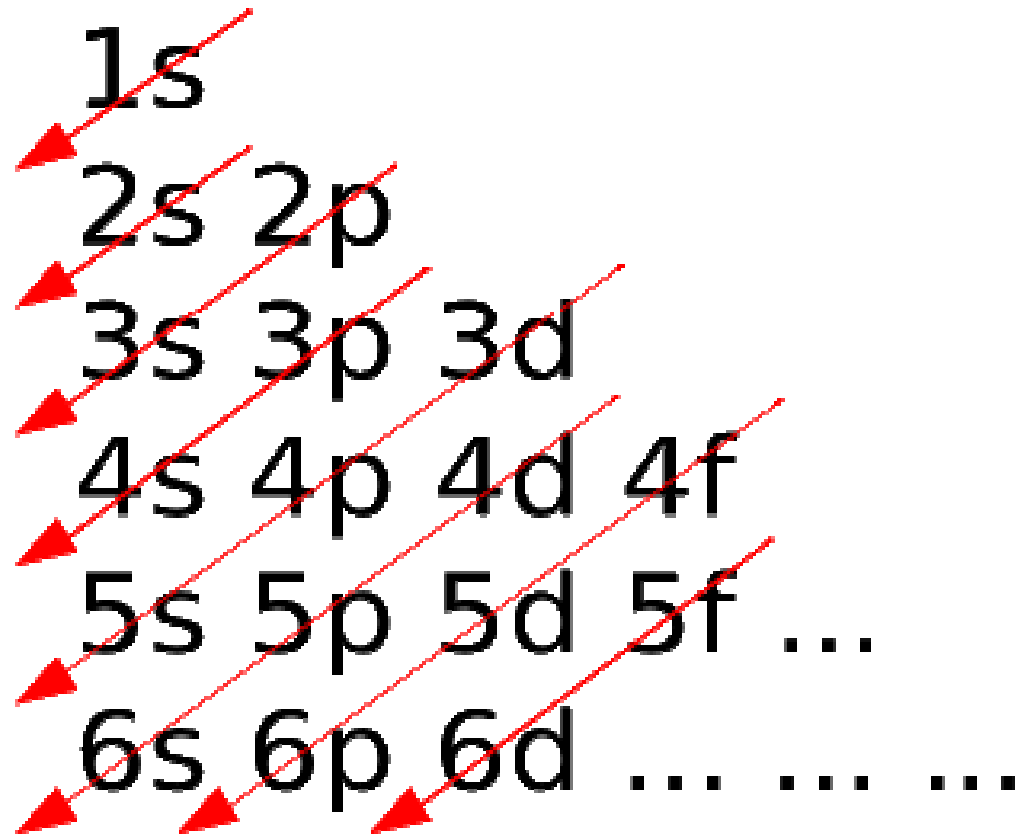


- Em átomos multi-eletrônicos, elétrons com número quântico orbital mais baixo terão energia menor, por estarem mais próximos ao núcleo e sofrerem menos blindagem dos demais elétrons.

- Existem algumas exceções, como por exemplo Cr, Cu, Mo, Ag (alguns níveis 3d são preenchidos antes do nível 4s)



Você pode ter visto assim..



# A tabela periódica dos elementos

Periodic table of the elements

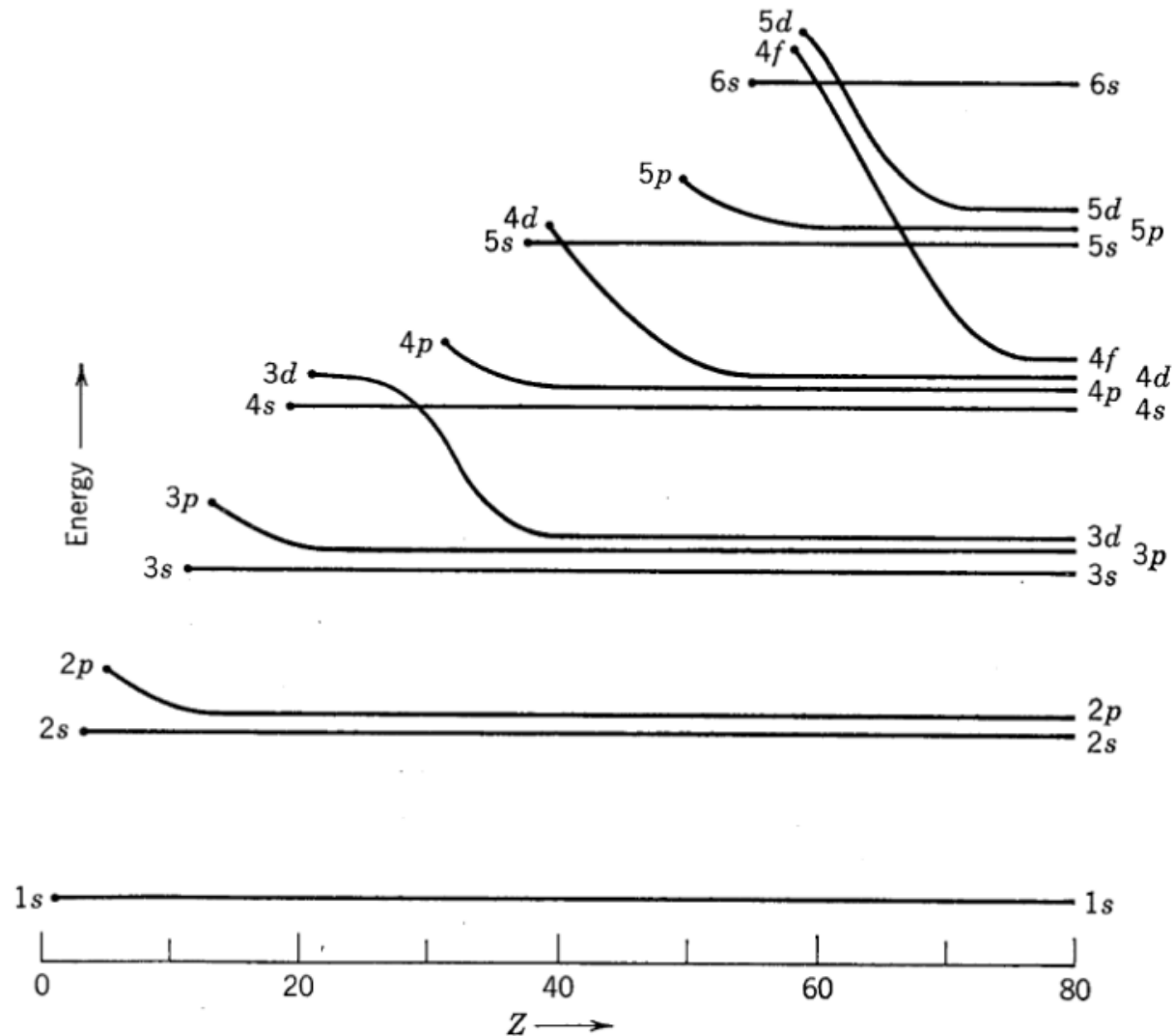
period	group												13	14	15	16	17	18
	1*	Ia**											IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	0
1	H																	He
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Al	Si	P	S	Cl	Ar
			IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	VIIIb		Ib	IIb							
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	Ac	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	(Uub)	(Uut)	(Uuq)	(Uup)	(Uuh)		
lanthanide series			6	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	
actinide series			7	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	

\* Numbering system adopted by the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC).

\*\* Numbering system widely used, especially in the U.S., from the mid-20th century.

\*\*\* Discoveries of elements 112–116 are claimed but not confirmed. Element names and symbols in parentheses are temporarily assigned by IUPAC.

Porém, .....o ordenamento dos níveis de energia muda ao longo do preenchimento



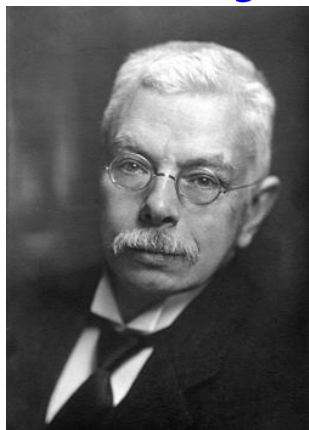
# Exemplo: sódio ( $Z=11$ )

Estado fundamental:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

Estados excitados:

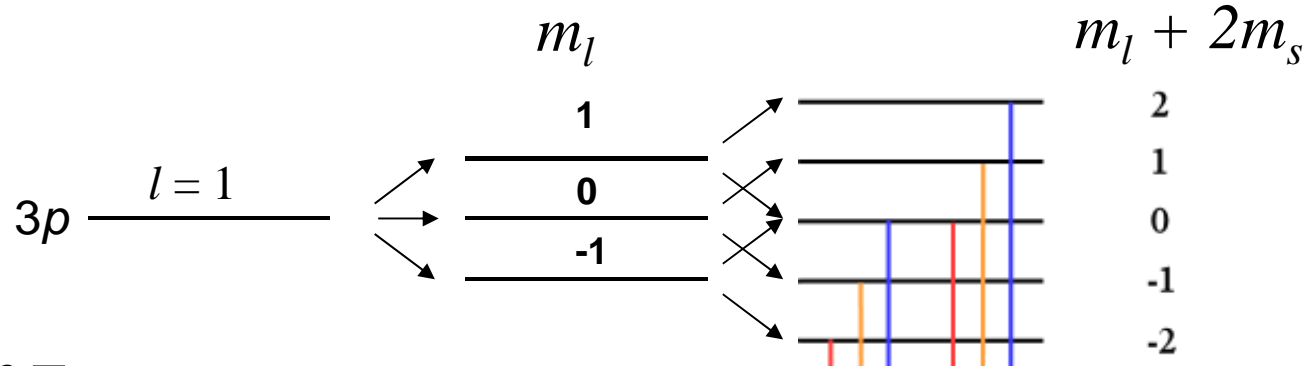
- $1s^2 2s^2 2p^6 3p^1$
- $1s^2 2s^2 2p^6 3d^1$
- $1s^2 2s^2 2p^5 3s^2$
- E por que não  $1s^1 2s^2 2p^6 3s^2$ ?
- E se fôr  $1s^1 2s^2 2p^6 3s^1$ ? O que aconteceu?

# Interação com campo B externo: Efeito Zeeman



Pieter Zeeman  
1865 – 1943  
Nobel de Física: 1902

(Ex.: Linhas espectrais do sódio)



$\Delta E \sim 10^{-4} \text{ eV}$ , se  $B_z \sim 2 \text{ T}$

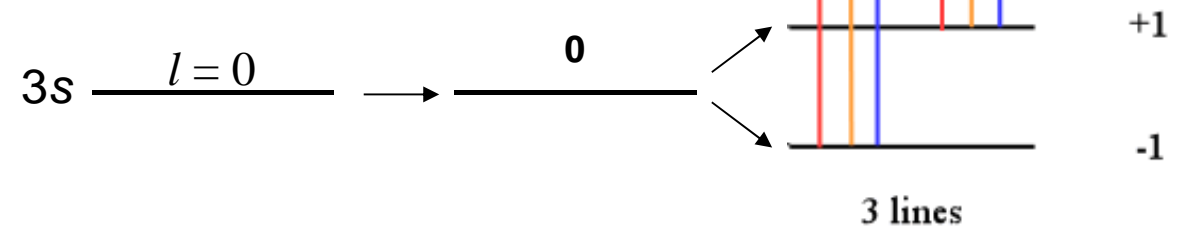
$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B_z = (m_l + 2m_s)\mu_B B_z$$

símbolo	valores
$n$	1,2,3,...
$l$	0,...,n-1
$m_l$	-l,...,l

Regras de seleção

$\Delta l = \pm 1$

$\Delta m_l = 0, \pm 1$

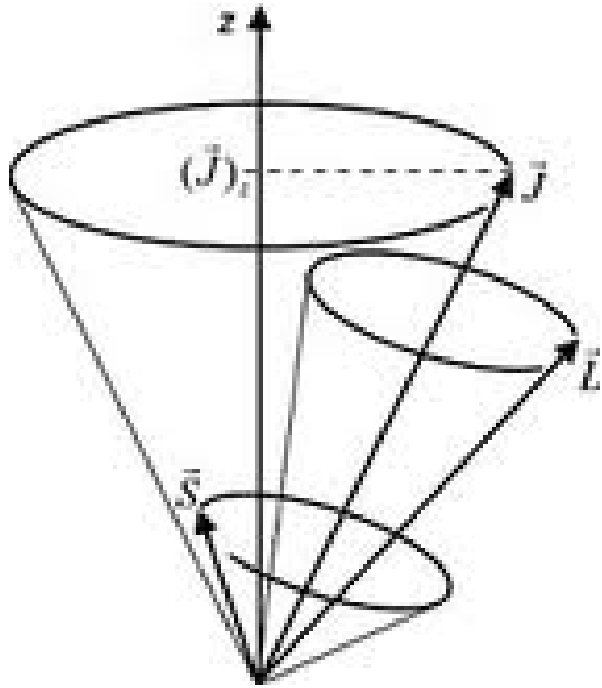


Acoplamento Spin-Órbita ( $S.L$ ) deve ser levado em conta...

Há outros efeitos que podem ser considerados....

Mas o tratamento deles está fora do nível de Física IV.

## Momento angular total dos átomos



$$\vec{J}_{total} = \sum \vec{L}_i + \sum \vec{S}_i$$

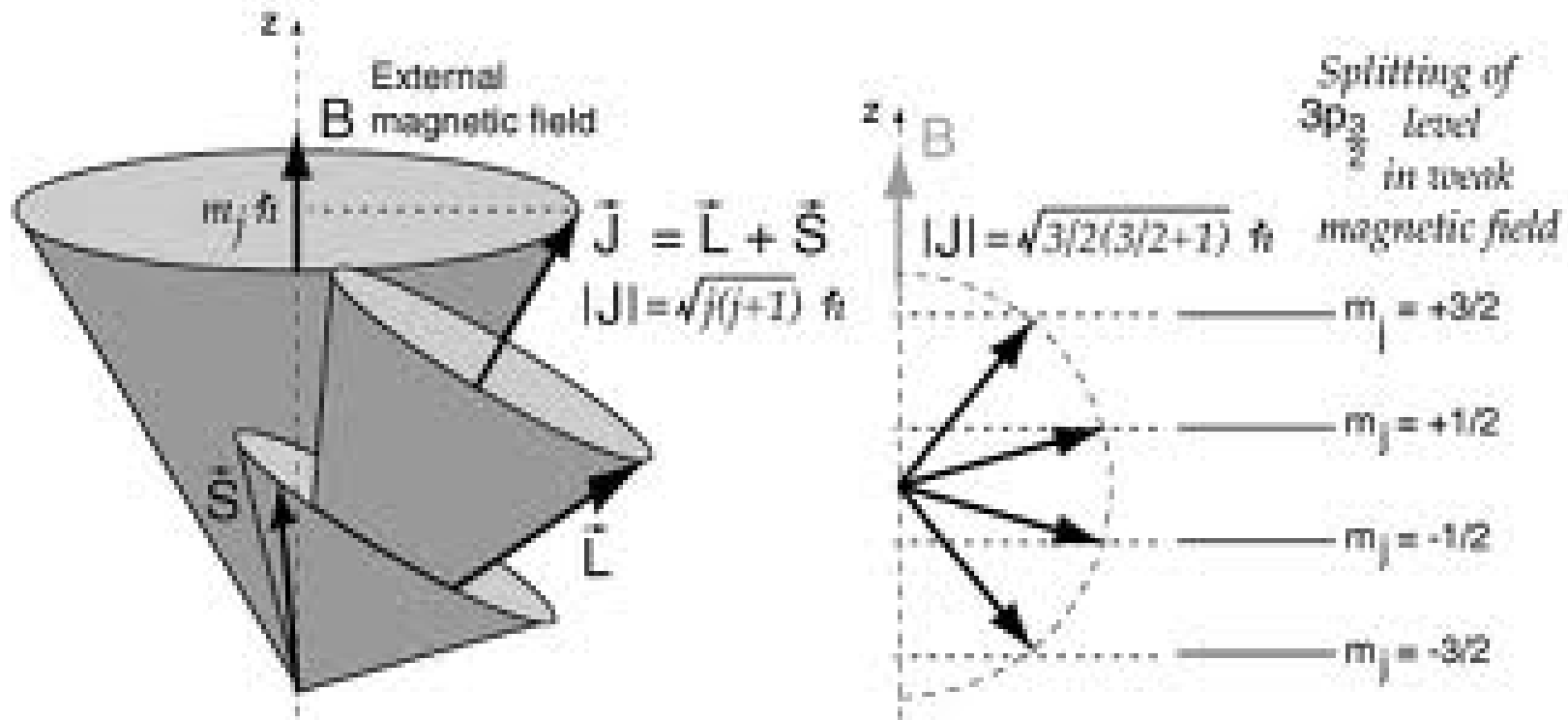
*Para somarmos os dois momentos angulares há algumas regras, que dependem do Z do átomo*

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

$$J_z = m_j \hbar$$

# Um exemplo.....





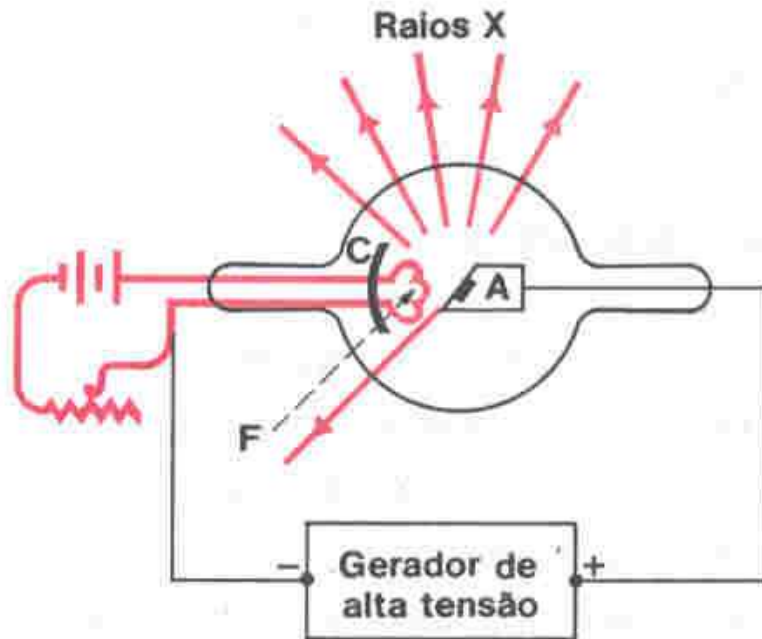
E se...arrancarmos um  
elétron de um átomo??

O que pode acontecer???

# Emissão de fótons na faixa de raios X

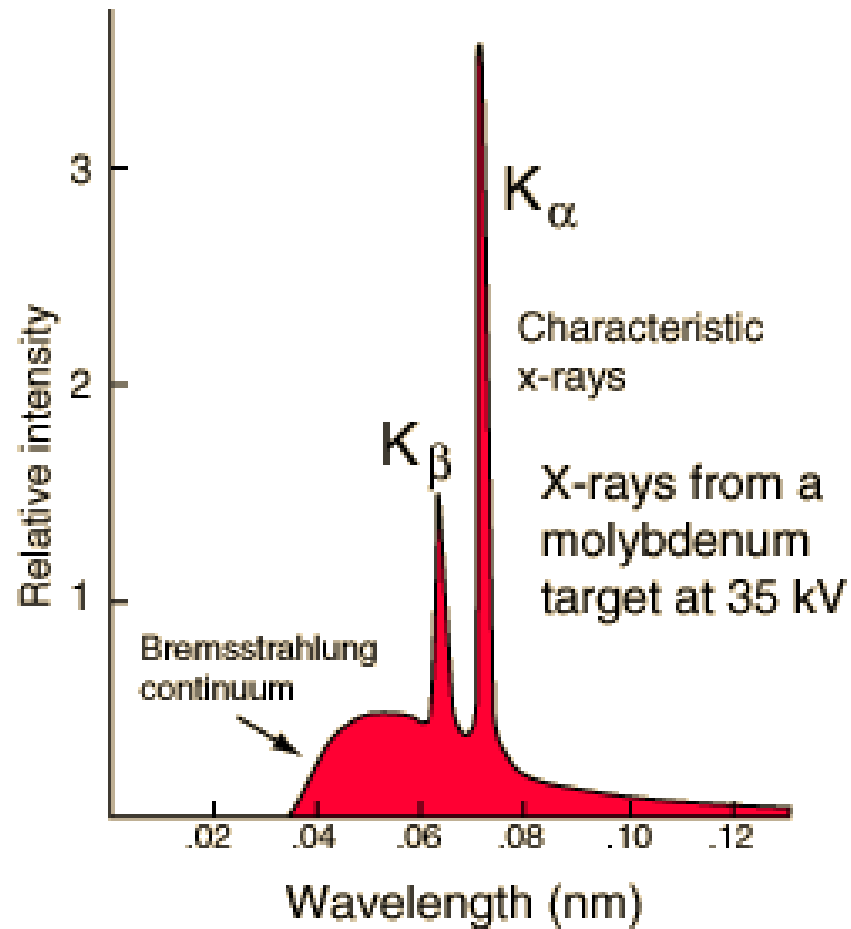
Ocorrerá emissão de:

- um espectro **contínuo**,
- um espectro **discreto**, que dependerá da composição do ânodo (ou seja, característico do  $Z$  do elemento que compõe o ânodo).



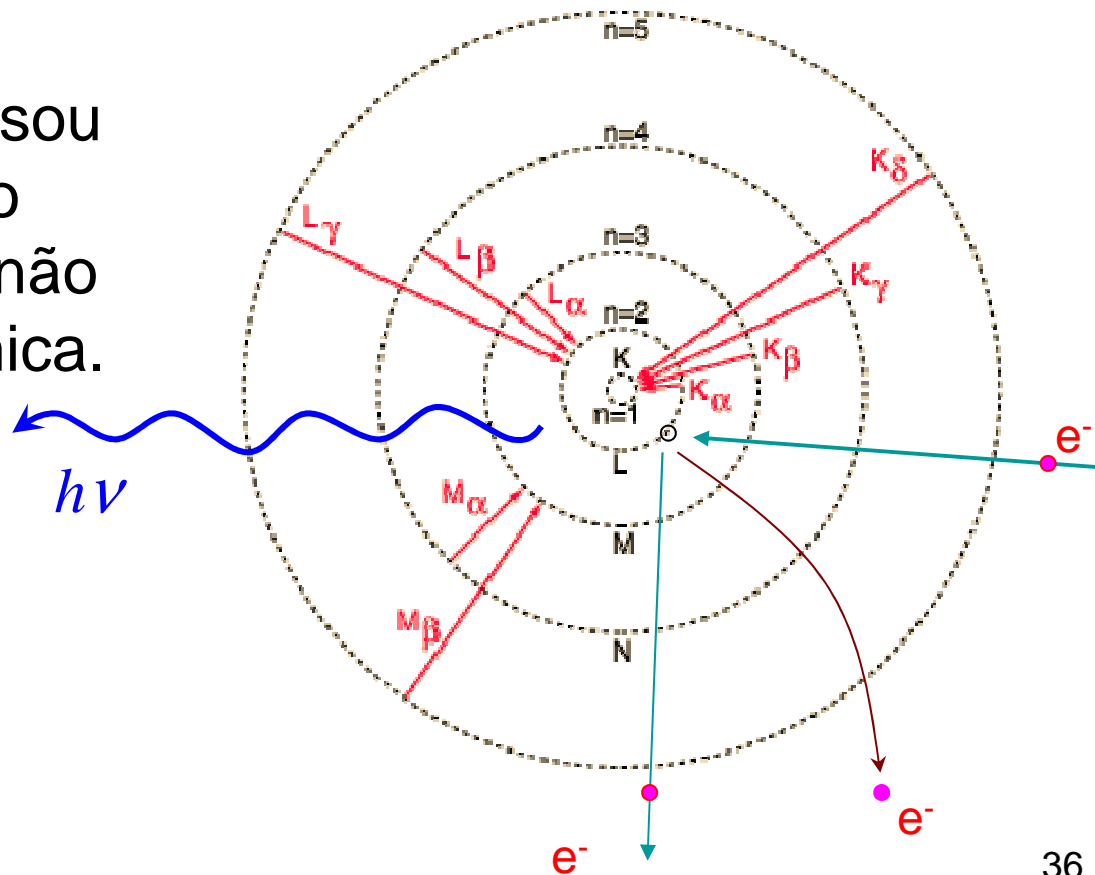
C : cátodo  
A : ânodo  
F: filamento

# Exemplo: espectro do molibdênio



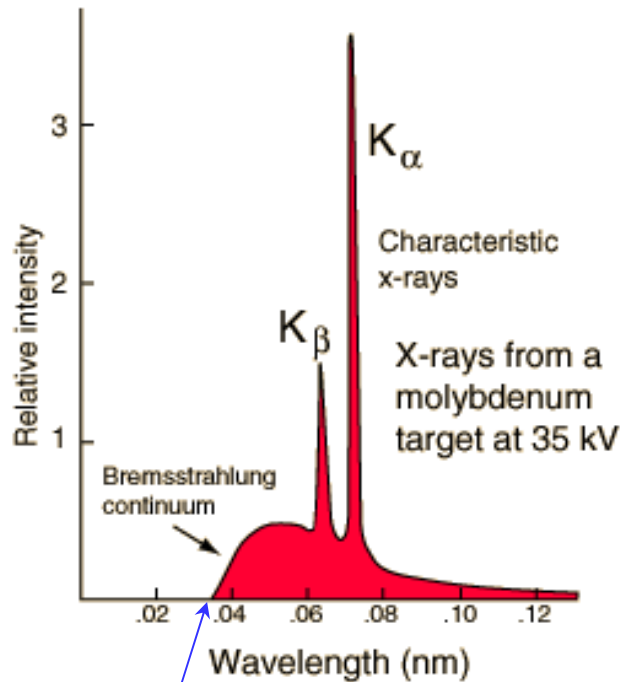
# Espectro de raios X discreto

- As linhas de emissão de raios X discretas dependem do elemento químico (de  $Z$ ).
- A tabela periódica passou a ser determinada pelo número atômico ( $Z$ ) e não mais pela massa atômica.



# Espectro de Raios X contínuo

Ex: molibdênio a 35 kV



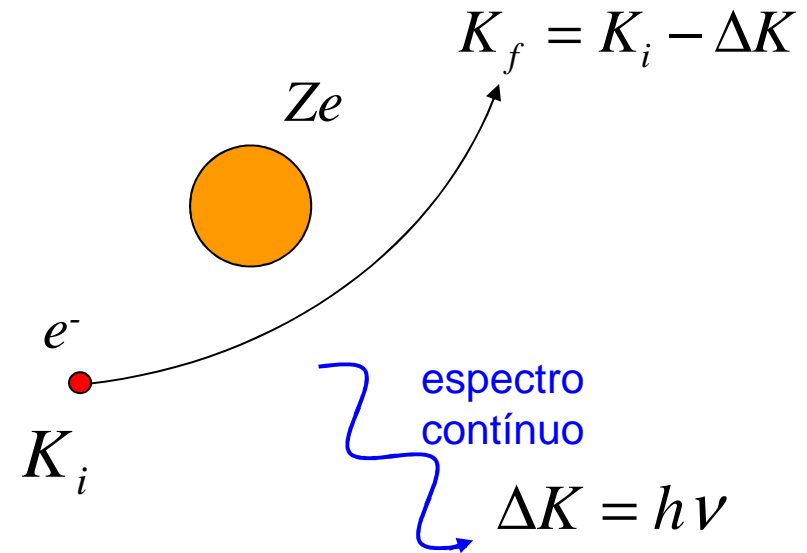
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_{\max}} \approx \frac{1240 \text{ eV nm}}{35 \times 10^3 \text{ eV}}$$

$$\lambda_{\min} \approx 0.035 \text{ nm}$$

Espectro contínuo



Só depende da energia do  $e^-$  incidente



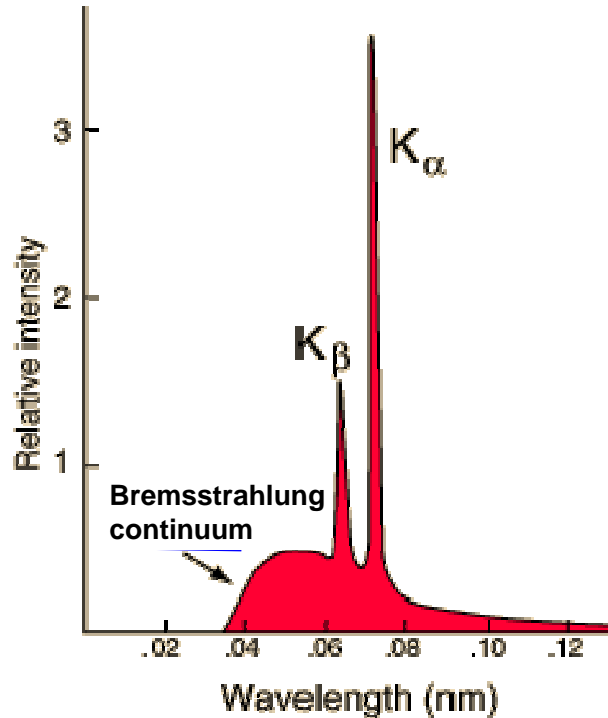
Se  $K_f = 0$ :

$$K_i = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_i}$$

# Espectro de Raios X

Ex: molibdênio a 35 kV

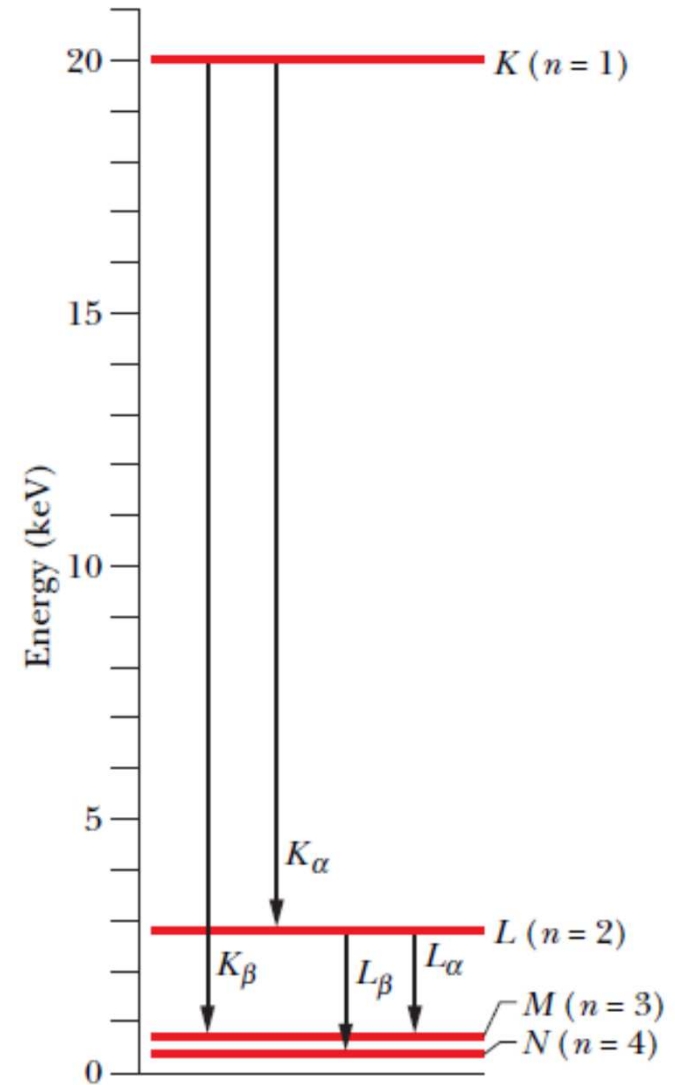


Espectro contínuo +

Linhas discretas  
(espectro característico)

↓  
Só depende da energia  
do e<sup>-</sup> incidente

↓  
Dependem do alvo e  
energia do e<sup>-</sup> incidente



Energia **positiva** de  
"buracos" (ausência  
de elétrons)

# Gráfico de Moseley

- Do modelo de Bohr:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} eV$$

$$V_{n \rightarrow n'} = \frac{[(Z-1)e]^2 (-e)^2 m}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

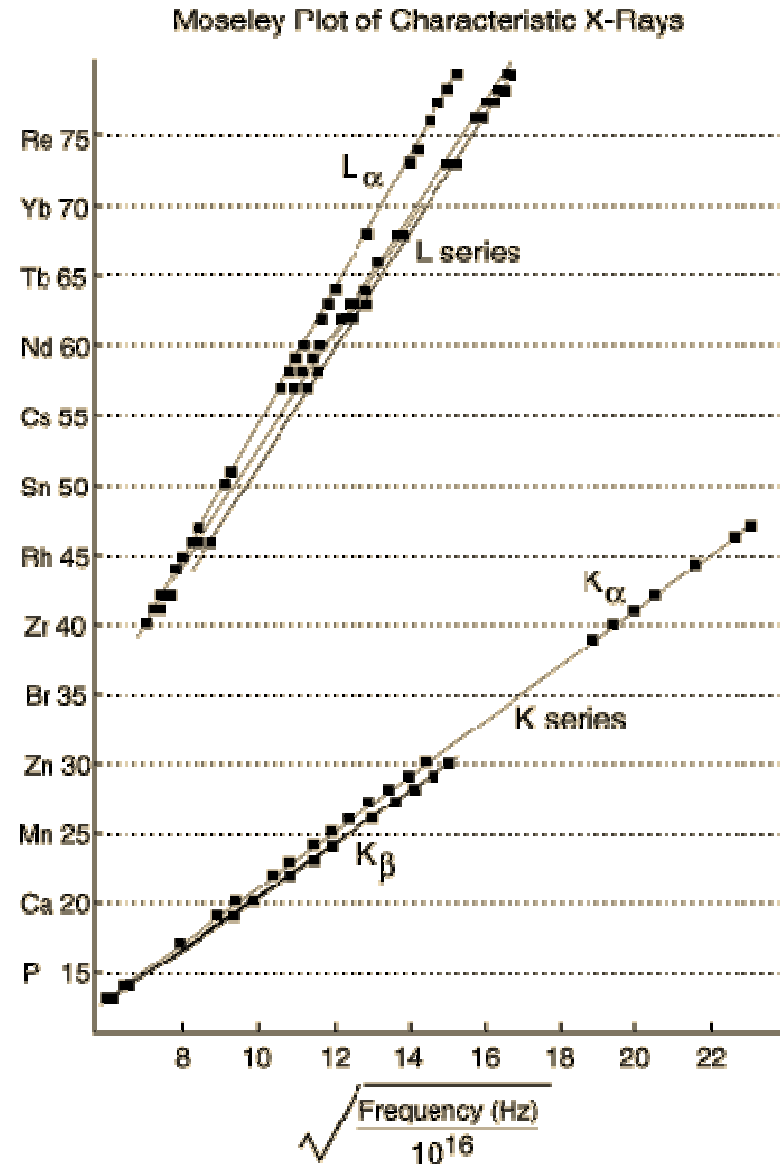
$Z \rightarrow (Z-1)$  (blindagem)

- Para a linha  $K_\alpha$ :

$$n' = n_1 = 1 \quad e \quad n = n_2 = 2$$

$$V_{n \rightarrow n'} = \frac{13,6(Z-1)^2}{h} \left( 1 - \frac{1}{4} \right)$$

$$(Z-1) \approx 2 \left( \frac{\nu}{10^{16}} \right)^{1/2}$$



Adapted from Moseley's original data (H. G. J. Moseley, Philos. Mag. (6) 27:703, 1914)

# Resumo da aula:

- Vimos o tratamento quântico de átomos com mais de um elétron;
- Vimos um exemplo: níveis de energia para o He **sem** e **com** interação entre os elétrons;
- Os quatro números quânticos de cada elétron;
- As energias dos estados **não** seguem mais uma expressão simples e **dependem** de ***n*** e de ***l*** ;
- A emissão de raios-X: espectro discreto e contínuo.



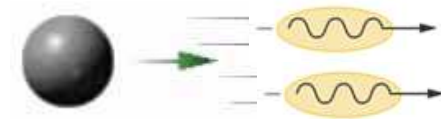
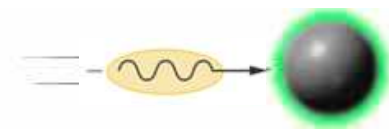
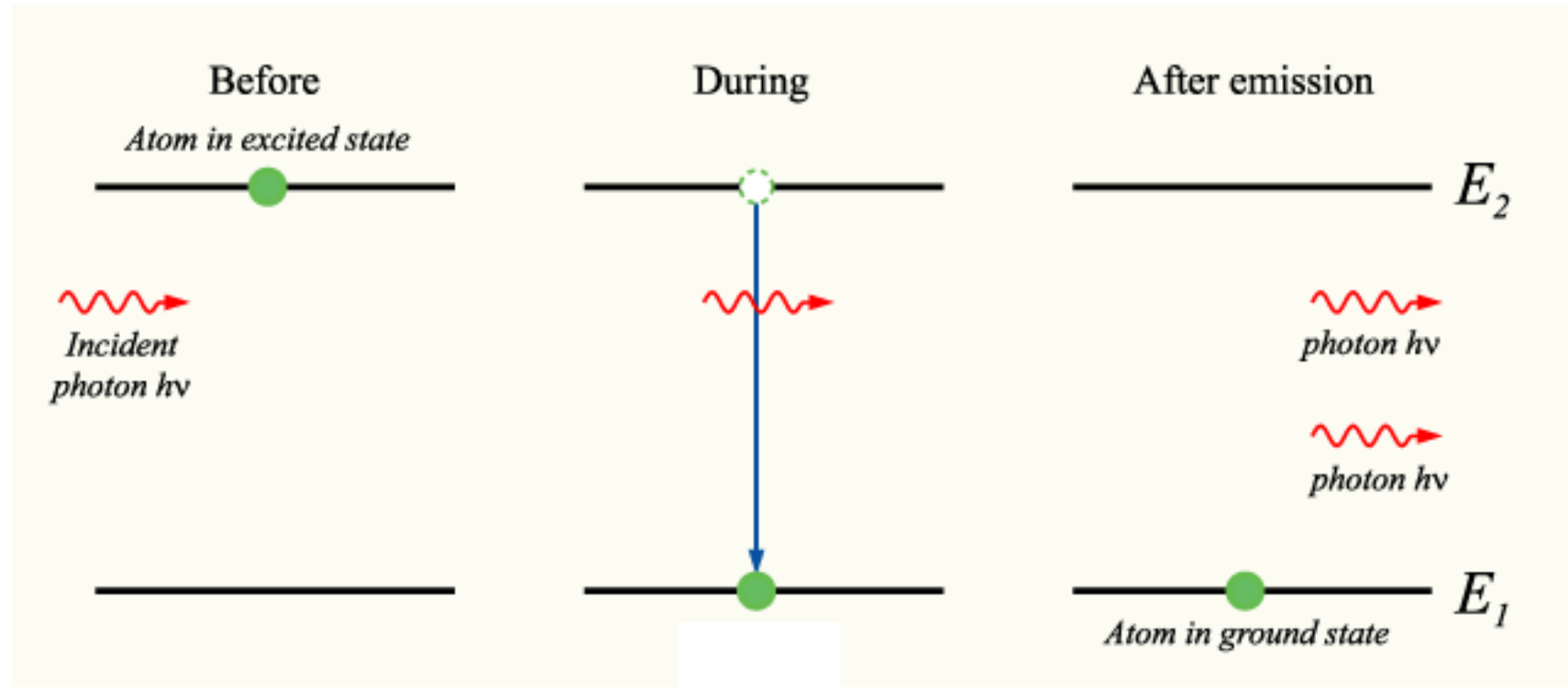
# Lasers

## Propriedades:

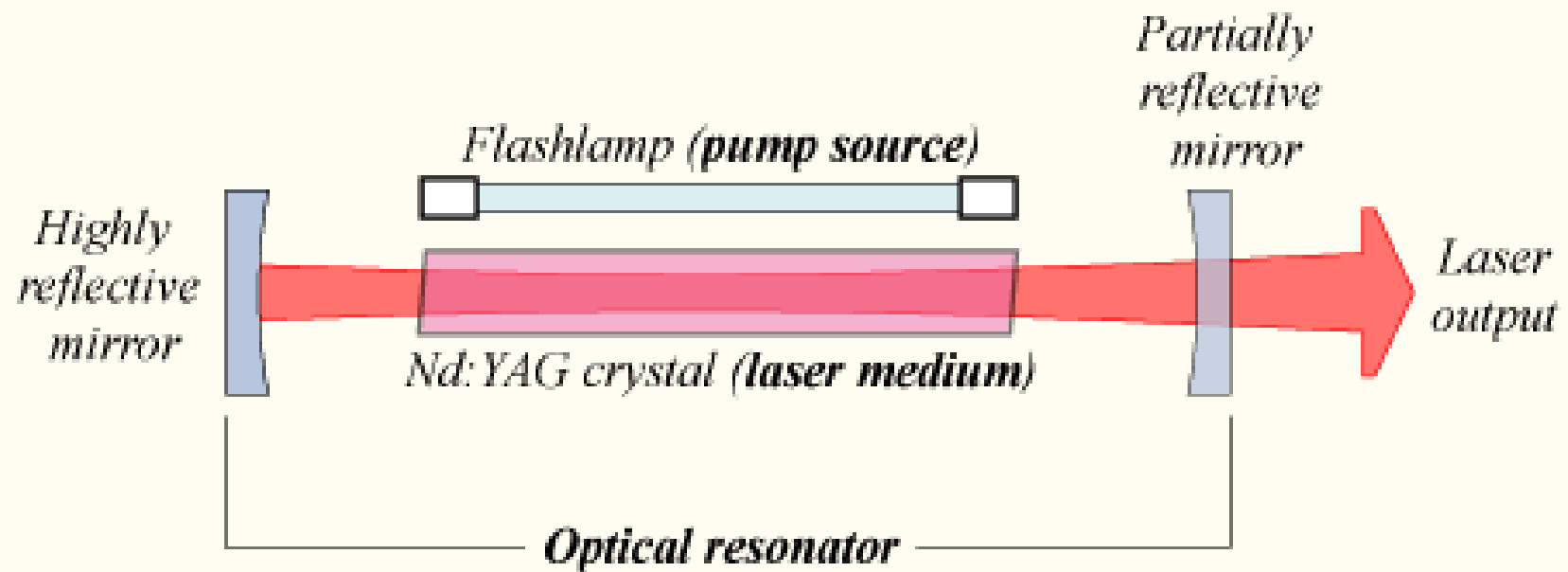
- Luz altamente monocromática:  $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-15}$  vs.  $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-6}$  para descarga num gás
- Luz altamente coerente:  $\xi \approx 10^2$  km vs.  $\xi \approx 1$  m para descarga num gás (onde  $\xi$  é a distância de coerência)
- Luz altamente colimada: diâmetro do foco de alguns metros, projetado na Lua!
- Luz precisamente focalizável: divergência limitada pela difração

# Lasers

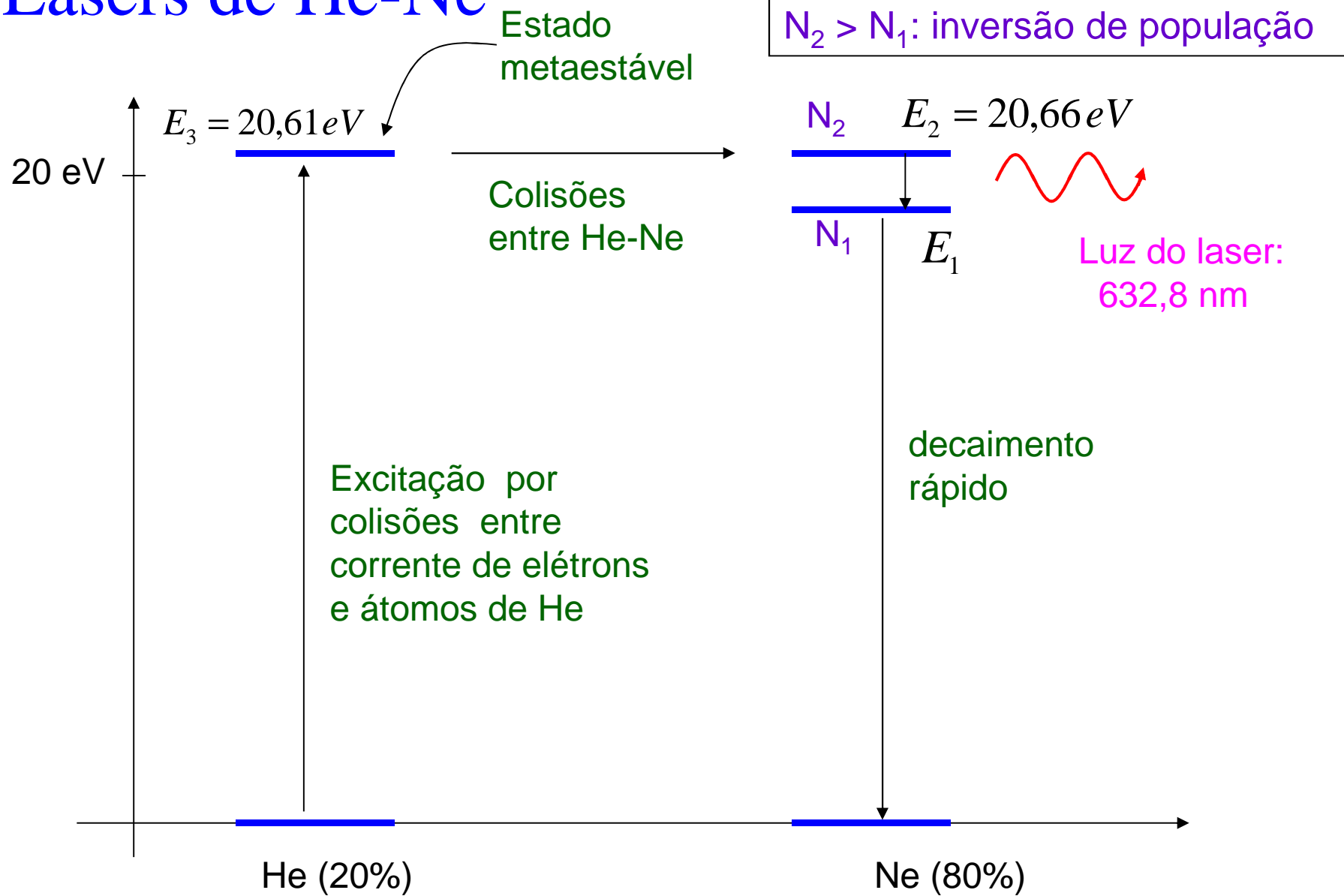
<http://www.colorado.edu/physics/2000/lasers/index.html>



## Nd:YAG solid-state laser



# Lasers de He-Ne



### Problema 40.28

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$n = 2; \quad l = 1 \qquad 2l+1 \text{ valores de } m_l \qquad m_l = -1, 0, 1$$

$$\qquad \qquad \qquad 2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l \qquad 2 \text{ valores de } m_s: +1/2 -1/2$$

6 estados possíveis para cada elétron!!

$m_l$	1	1	0	0	-1	-1
$m_s$	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

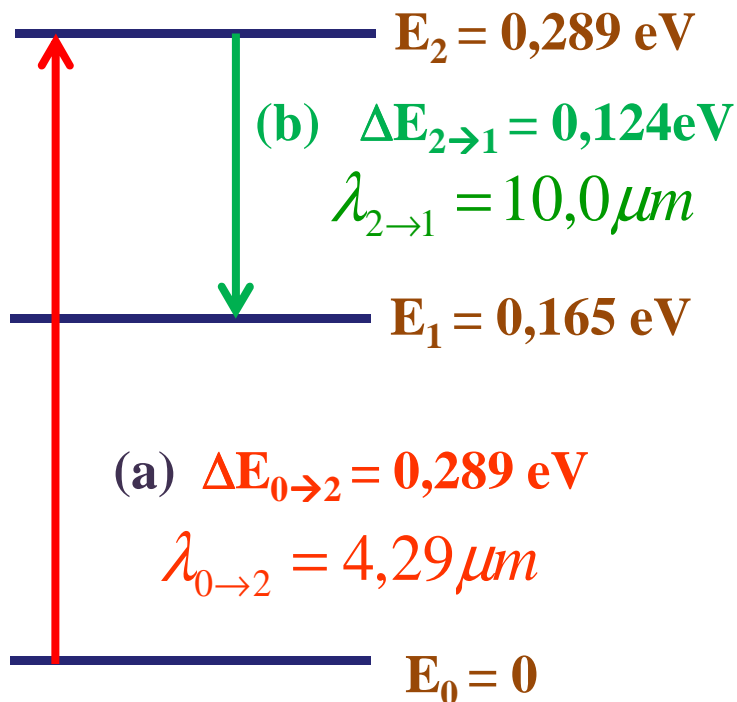
Combinação de 6 dois a dois!!  
A ordem não importa! → sem repetição

Sistema de 2 elétrons!

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot 4!}$$

**Laser de CO<sub>2</sub> marciano.** Quando a luz solar banha a atmosfera de Marte, as moléculas de dióxido de carbono a uma altitude de aproximadamente 75 km se comportam como o meio ativo de um laser. Os níveis de energia envolvidos aparecem na Fig. Acontece uma inversão de população entre os níveis E<sub>2</sub> e E<sub>1</sub>.  
**(a)** Que comprimento de onda da luz solar excita as moléculas para o nível E<sub>2</sub>?  
**(b)** Qual é o comprimento de onda da luz emitida pelo laser? **(c)** Em que região do espectro eletromagnético estão os comprimentos de onda calculados em (a) e (b)?

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$



$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{2 \rightarrow 1}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,124 \text{ eV}} = 10000 \text{ nm} = 10,0 \mu\text{m}$$

**(c) Ambos no Infravermelho (IV)**

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{0 \rightarrow 2}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,289 \text{ eV}} = 4290 \text{ nm} = 4,29 \mu\text{m}$$

## Outra abordagem!!!

Problema 40.28

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$n = 2; l = 1$$

$2l+1$  valores de  $m_l$ :

$$2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l$$

$$m_l = -1, 0, 1$$

$$2 \text{ valores de } m_s: +1/2 -1/2$$

Para o primeiro elétron, há **6** estados possíveis. Para o segundo, há ~~6~~**5** estados possíveis.

Estado já escolhido pelo elétron 1.

Sendo assim, temos **6 x 5 = 30** combinações (estados possíveis).

**MAS...**

Elétrons são indistinguíveis e contamos a mesma configuração duas vezes!

$$(m_{l_1}, m_{s_1}, m_{l_2}, m_{s_2})$$

$$(1, +\frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2}) = (-1, +\frac{1}{2}, 1, +\frac{1}{2})$$

Temos que dividir por 2!!

$$\text{Número de estados disponíveis: } \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ estados!!}$$

Problema 40.28

**Ou simplesmente contando...**

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
1	+1/2	1	-1/2
1	+1/2	0	-1/2
1	+1/2	0	+1/2
1	+1/2	-1	+1/2
1	+1/2	-1	-1/2

9 estados

$n = 2; l = 1$

$m_l = -1, 0, 1$

2 valores de  $m_s$ : +1/2 -1/2

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
0	+1/2	0	-1/2
0	+1/2	-1	+1/2
0	+1/2	-1	-1/2

6 estados

Total: 15 estados!

Sem exclusão de Pauli:

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
1	+1/2	1	+1/2
1	-1/2	1	-1/2
0	+1/2	0	+1/2
0	-1/2	0	-1/2
-1	+1/2	-1	+1/2
-1	+1/2	-1	-1/2

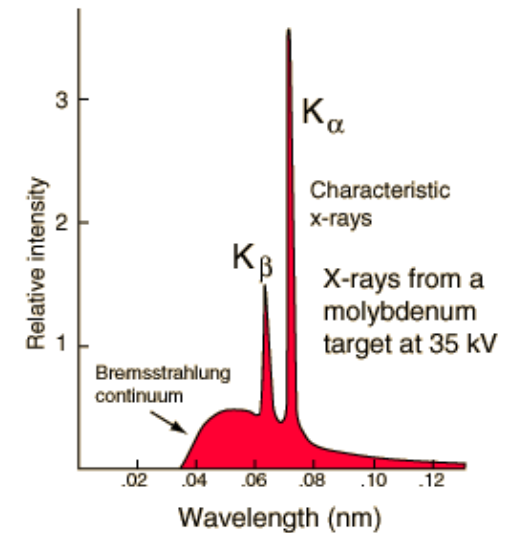
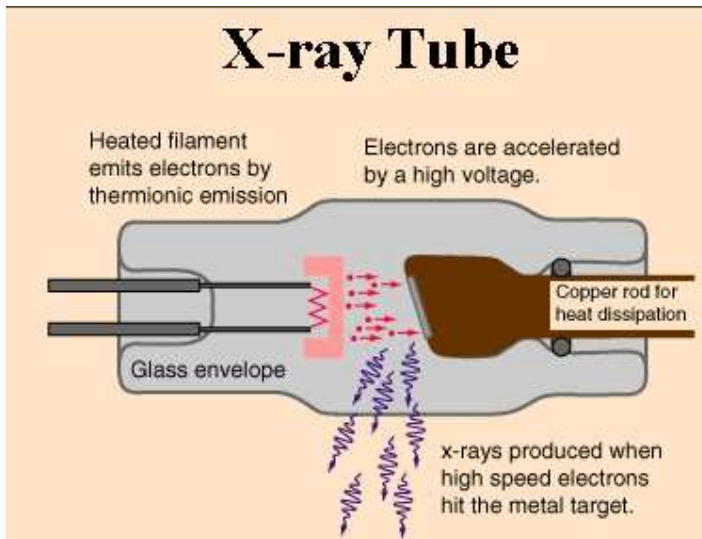
48

6 estados extras!!



## Problema 40.36

Quando um alvo de molibdênio é bombardeado com elétrons, são produzidos um espectro contínuo e um espectro característico de raios X, como na Fig 40.14. Na figura, a energia cinética dos elétrons incidentes é 35 keV. Se o potencial de aceleração dos elétrons é aumentado para 50keV, (a) determine o valor médio de  $\lambda_{\min}$ ; (b) os comprimentos de onda das linhas  $K_{\alpha}$  e  $K_{\beta}$  aumentam, diminuem ou continuam os mesmos?

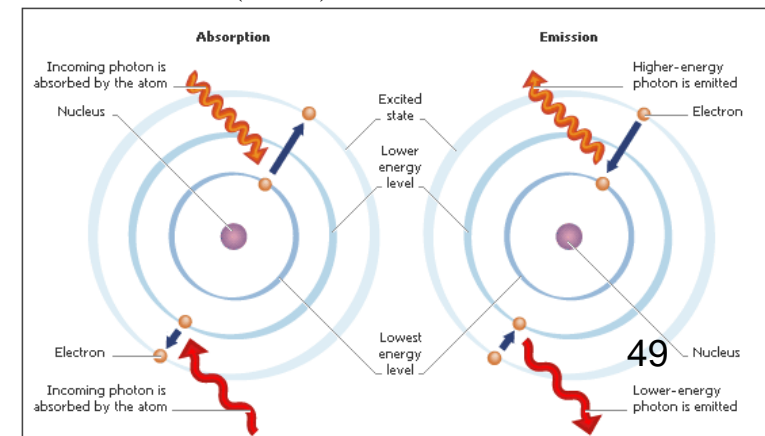
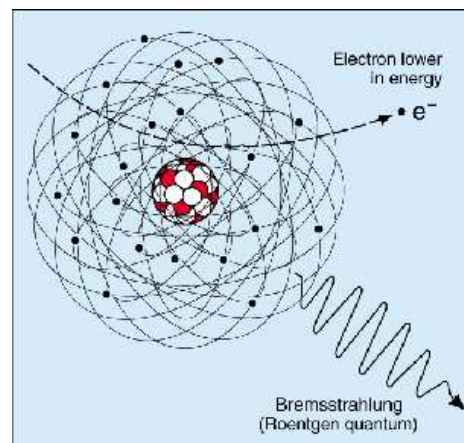


1 - Bremsstrahlung (Contínuo);

2 - Raias (linhas) características

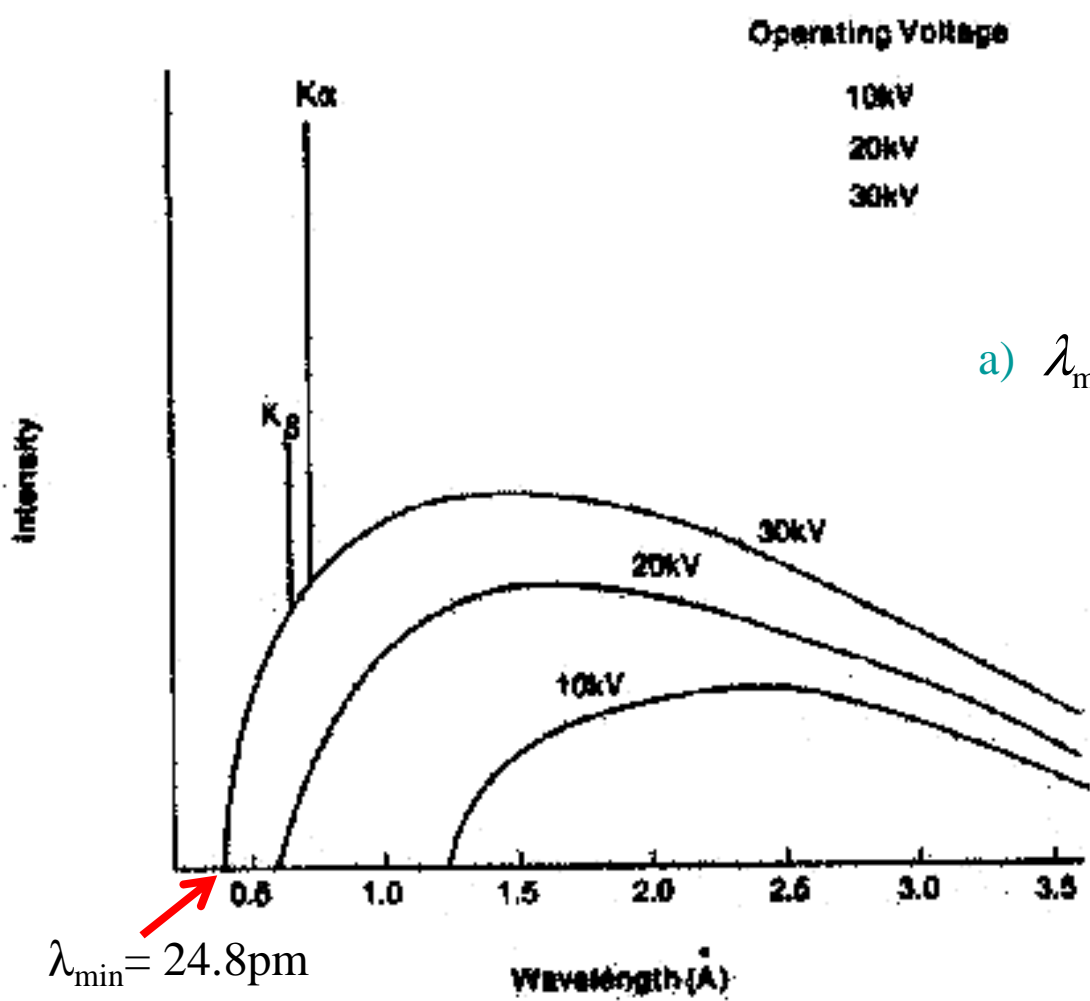
Espectro de raios X:

- 1 - Bremsstrahlung (Contínuo);
- 2 - Raias (linhas) características



Problema 40.36

Quando um alvo de molibdênio é bombardeado com elétrons, são produzidos um espectro contínuo e um espectro característico de raios X, como na Fig 40.14. Na figura, a energia cinética dos elétrons incidentes é 35 keV. Se o potencial de aceleração dos elétrons é aumentado para 50keV, (a) determine o valor médio de  $\lambda_{\min}$ ; (b) os comprimentos de onda das linhas  $K_{\alpha}$  e  $K_{\beta}$  aumentam, diminuem ou continuam os mesmos?



Operating Voltage

10kV  
20kV  
30kV

$\lambda_{\min}$   
1.24 Å  
0.62 Å  
0.41 Å

$$E_{\text{fóton+energético}} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

a) 
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{\text{fóton+energético}}} = \frac{hc}{E_{\text{elétron+energético}}} =$$

$$= \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{50 \times 10^3 \text{ eV}} = 0.0248 \text{ nm}$$

b) Não são afetados, pois não dependem da excitação externa.

$\lambda_{\min} = 24.8 \text{ pm}$

Problema 40.9 (Halliday, 7ª edição)

Um elétron de um átomo se encontra em um estado com  $\ell = 3$ . Determine:

(a) o módulo de  $\vec{L}$ ;  $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{3(3+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar \approx 3,46\hbar$

(b) o módulo de  $\vec{\mu}$ ;

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} L = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{\ell(\ell+1)}\mu_B = 2\sqrt{3}\mu_B = 3,46\mu_B$$

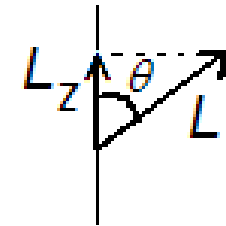
(c) o maior valor possível de  $m_\ell$ ; como:  $-\ell \leq m_\ell \leq \ell \rightarrow m_\ell = \ell = 3$

(d) o valor correspondente de  $L_z$ ;  $L_z = m_\ell \hbar = 3\hbar$

(e) o valor correspondente de  $\mu_{orb,z}$ ;  $\mu_{orb,z} = -m_\ell \mu_B = -3\mu_B$

(f) o valor do ângulo semiclássico  $\theta$  entre as direções de  $L_z$  e  $\vec{L}$ ;

$$\cos \theta = L_z / L = \frac{m_\ell \hbar}{\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar} = \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \frac{3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



(g) valor de  $\theta$  para o segundo maior valor possível de  $m_\ell$ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = 2 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta \approx 54,7^\circ$$

(h) valor de  $\theta$  para o menor valor possível (o mais negativo) de  $m_\ell$ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = -3 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 150^\circ$$

Problema 40.12 (7ª edição):

Suponha que no experimento de Stern-Gerlach executado com átomos neutros de prata o campo magnético tenha um módulo de 0,50 T.

(a) Qual é a diferença de energia entre os átomos de prata nos dois subfeixes?

$$\Delta E = U_{\uparrow} - U_{\downarrow} = 2\mu_B B = \frac{2(9,28 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 58 \mu\text{eV}$$

(b) Qual é a frequência da radiação que induziria transições entre estes dois estados?

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{9,28 \times 10^{-24} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 1,40 \times 10^{10} \text{ Hz} = 14 \text{ GHz}$$

(c) Qual é o comprimento de onda desta radiação?

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,4 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}} \approx 2,1 \text{ cm}$$

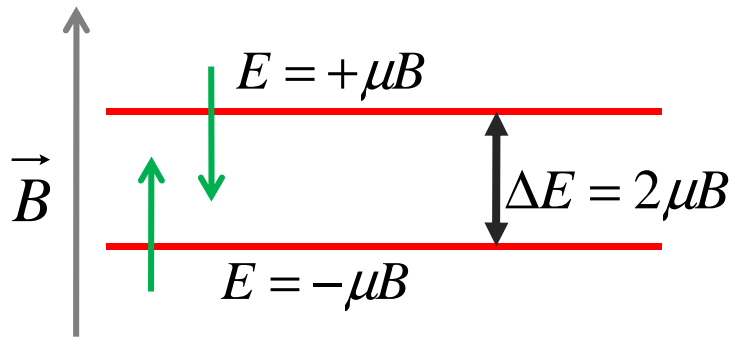
(d) Em que região do espectro eletromagnético está situada?

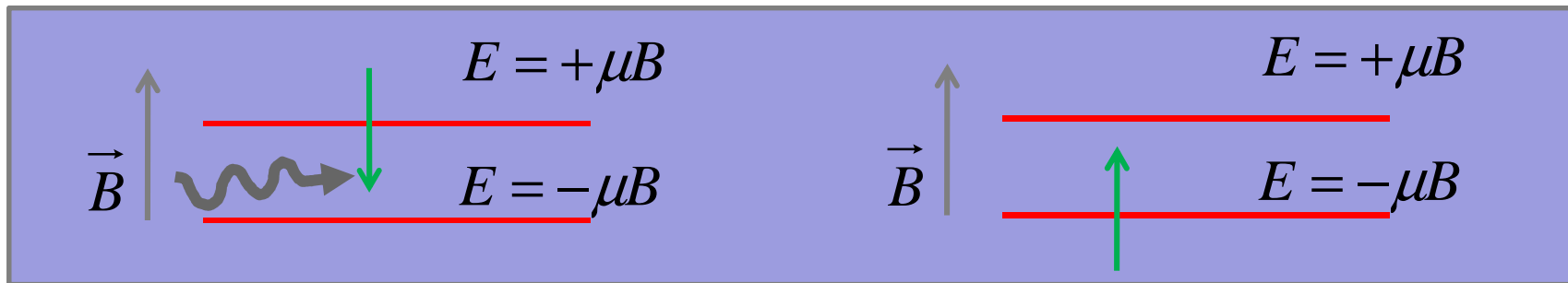
Micro-ondas.

Cap. 40, Probl. No. 18:

Em um experimento de ressonância magnética nuclear, a frequência da fonte de RF é 34 MHz e a ressonância dos átomos de hidrogênio da amostra é observada quando a intensidade do campo magnético externo  $B_{ext}$  do eletroíma é 0,78T. Suponha que  $B_{int}$  e  $B_{ext}$  são paralelos e que a componente  $\mu_z$  do momento magnético dos prótons é  $1,41 \times 10^{-26}$  J/T. Qual é o módulo de  $B_{int}$ ?

$$B = B_{int} + B_{ext} \quad \longrightarrow \quad B = \frac{hf}{2\mu}$$

$$\Delta E = hf = 2\mu B$$




$$B_{int} = \frac{hf}{2\mu} - B_{ext} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(34 \times 10^6 \text{ Hz})}{2(1,41 \times 10^{-26} \text{ J/T})} - 0,78 \text{ T} =$$

$$B_{int} = 0,799 \text{ T} - 0,78 \text{ T} = 0,019 \text{ T} = 19 \text{ mT}$$